

Ens: D. Strütt
 Analyse I - XXX
 Novembre 2022
 1 heure

243

XXX-1

SCIPER: FAKE-1

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages (les dernières pouvant être vides), et 13 questions. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera:
 - +3 points si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera:
 - +1 point si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

Respectez les consignes suivantes Read these guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		

CORRECTION

Première partie, questions à choix multiple

Pour chaque question marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures.
Il n'y a qu'**une seule** réponse correcte par question.

Question 1 : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite de nombres réels définie par $a_n = \frac{(-2)^n(n!)^2}{(2n)!}$. Alors la série numérique $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ est:

- divergente car $|a_n| \rightarrow +\infty$
- divergente car $|a_n| \rightarrow 1$
- absolument convergente
- convergente mais pas absolument convergente

Question 2 : Soit $z = \frac{2i^9 - 4i^{15}}{1-i}$. Alors:

- $z^6 = -8 \cdot 3^6 i$
- $z^6 = 8 \cdot 3^6$
- $z^6 = 8 \cdot 3^6(1+i)$
- $z^6 = 8 \cdot 3^6 i$

Question 3 : Soit $(x_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $x_0 = 3$ et, pour $n \geq 1$, $x_n = \frac{3}{4}x_{n-1} + 2$. Alors:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 3$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 2$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 8$
- $(x_n)_{n \geq 0}$ diverge

Question 4 : La limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n + \sqrt{2n - \sqrt{3n}}}}$

- existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}}}$
- existe et vaut 1
- existe et vaut $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- n'existe pas

Question 5 : Soit $A = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in \mathbb{R}_+^* \text{ tel que } y = e^{-x}\}$. Alors

- $\text{Inf } A = 1$
- $\text{Sup } A = 1$
- $\text{Sup } A = e$
- A n'est pas majoré

CORRECTION

Question 6 : Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par

$$a_n = \sqrt{n + (-1)^n} - \sqrt{n}.$$

Alors :

- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = -1$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sqrt{3} - \sqrt{2}$
- $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, et $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$

Question 7 : Soit la série avec paramètre $b \in \mathbb{R}$ définie par :

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} \left(2b + \frac{1}{k}\right)^k$$

Alors s converge si et seulement si :

- $b \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$
- $b \leq \frac{1}{2}$
- $b \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- $b < \frac{1}{2}$

Question 8 : Dans les nombres complexes une solution de l'équation $z^4 + (4 + 3i)^2 = 0$ est :

- $z = 2 + i$
- $z = (4 + 3i)/2$
- $z = 1 - 2i$
- $z = 2 - i$

CORRECTION

Deuxième partie, questions du type Vrai ou Faux

Pour chaque question, marquer (sans faire de ratures) la case VRAI si l'affirmation est **toujours vraie** ou la case FAUX si elle **n'est pas toujours vraie** (c'est-à-dire si elle est parfois fausse).

Question 9 : Soit $(a_n)_{n \geq 1}$ une suite de nombres réels telle que la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge. Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$.

VRAI FAUX

Question 10 : Il existe une fonction bijective et continue $f :]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$.

VRAI FAUX

Question 11 : Soit $(a_n)_{n \geq 1}$ une suite de nombres réels telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Alors la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

VRAI FAUX

Question 12 : Pour tout $\omega \in \mathbb{C}$, $\omega \neq 0$, il existe une infinité de nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\operatorname{Re}(\omega z) = 0$.

VRAI FAUX

Question 13 : Soit $A \subset \mathbb{R}$ un ensemble non-vide, et soit $B = \{x \in \mathbb{R} : -x \in A\}$. Si A est majoré, alors B est majoré.

VRAI FAUX